INVALSI Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione
Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

LA PROVA INVALSI DI MATEMATICA AL TERMINE DEL SECONDO CICLO DI ISTRUZIONE

1. A chi si rivolge questo documento 2
2. Quadro normativo entro il quale si colloca la prova 2
3. Quale Matematica: indicazioni per i curricoli e prove INVALSI 3
4. Struttura della prova 4
Allegato A 6
Domande comuni di "manutenzione" e "ricontestualizzazione 6
Dati e previsioni 6
Spazio e figure 10
Numeri 15
Relazioni e funzioni 18
Domande specifiche per il Liceo scientifico 23
Domande specifiche per il Liceo scientifico e per gli Istituti tecnici 27
Allegato B 31

La prova INVALSI di Matematica[1] al termine del secondo ciclo di istruzione

1. A chi si rivolge questo documento

Questo documento presenta alcuni elementi caratterizzanti le prove INVALSI di Matematica per l'ultimo anno della scuola secondaria di secondo grado. Esso esplicita i principali punti di riferimento concettuali, i collegamenti con le indicazioni di legge e le idee chiave che guidano la progettazione delle prove (tipologie e caratteristiche delle domande). In allegato sono inoltre rilasciati quesiti esemplificativi sia delle diverse tipologie di domande (scelta multipla, scelta multipla complessa, risposta aperta univoca, risposta aperta articolata, *cloze*, associazione) sia delle diverse caratterizzazioni dei quesiti.
Inoltre, coerentemente con il sistema delle indicazioni di legge che attraverso vari documenti regolano i curricoli, il documento si propone di mettere in evidenza la forte continuità che caratterizza le prove dei diversi cicli di istruzione, in particolare la continuità tra quelle del primo ciclo (classi seconda e quinta primaria, classe terza secondaria di primo grado) e quelle del secondo ciclo (classe seconda e classe quinta della scuola secondaria di secondo grado). A questo proposito va osservato che un elemento di continuità tra la scuola secondaria di primo grado e quella di secondo grado consiste nel fatto che tutte le prove effettuate vengono svolte al computer (*computer based test*, CBT).
Il documento è pensato per esplicitare ai diversi attori del sistema scolastico, soprattutto agli insegnanti e agli studenti, quali sono gli elementi valutati con la prova di Matematica e quindi costituisce uno strumento per interpretare i risultati della scuola, della classe e del singolo studente. Inoltre, il documento si rivolge agli autori dei quesiti e ai gruppi di lavoro che seguono il processo di costruzione della banca di item a cui si attinge per la realizzazione delle prove che ogni studente dovrà affrontare. Il documento indica i vari aspetti degli apprendimenti da valutare e stabilisce un equilibrio tra i diversi ambiti di contenuto.

2. Quadro normativo entro il quale si colloca la prova

Il Decreto legislativo n. 62 del 13 aprile 2017 (norme in materia di valutazione e certificazione delle competenze nel primo ciclo ed esami di Stato) stabilisce come condizione per l'ammissione all'esame di Stato nel secondo ciclo di istruzione la *"partecipazione, durante l'ultimo anno di corso, alle prove predisposte dall'INVALSI, volte a verificare i livelli di apprendimento conseguiti nelle discipline oggetto di rilevazione di cui all'articolo 19".*

Il decreto stabilisce anche le modalità con le quali le prove vengono effettuate: "*Le studentesse e gli studenti iscritti all'ultimo anno di scuola secondaria di secondo grado sostengono prove a carattere nazionale, computer based predisposte dall'INVALSI, volte a verificare i livelli di apprendimento conseguiti in italiano, matematica e inglese, ferme restando le rilevazioni già*

[1] Per approfondimenti e per la terminologia usata in questo documento si rimanda al Quadro di Riferimento per le prove INVALSI di Matematica (https://invalsi-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=qdr)

effettuate nella classe seconda, di cui all'articolo 6, comma 3, del decreto del Presidente della Repubblica 28 marzo 2013 n. 80."

3. Quale Matematica: indicazioni per i curricoli e prove INVALSI

La comprensione matematica è fondamentale nelle nostre vite personali, pubbliche e lavorative. A casa potremmo voler capire i risultati di un test medico o lo schema di costruzione di un mobile. Al lavoro potremmo aver bisogno di stimare costi e tempi per un progetto o valutare rischi di una scelta anziché di un'altra. Come cittadini potremmo voler giudicare l'aumento del livello di CO_2 nell'aria o le risorse che dovrebbero essere destinate alla salute, all'istruzione o alle opere pubbliche. La Matematica, quindi, non solo è alla base delle innovazioni scientifiche e tecnologiche, ma caratterizza fortemente le scelte di chiunque desideri partecipare in modo informato, consapevole e critico alla vita pubblica.
A questo proposito va ricordato il ruolo giocato dalla Matematica nella formazione delle competenze di carattere argomentativo. L'attenzione all'argomentazione, in particolare nella sua forma deduttiva, nacque nell'antica Atene. Nelle corti e nelle giurie democratiche ateniesi la Matematica divenne l'unica lingua universale e comprenderla fu essenziale per la "piena partecipazione alla società"[2]. Anche oggi è importante che lo studente acquisisca "saperi e competenze che lo pongano nella condizione di possedere una corretta capacità di giudizio e di sapersi orientare nei diversi contesti del mondo contemporaneo"[3]. La Matematica deve rivestire un ruolo fondamentale come "strumento per seguire e vagliare la coerenza logica delle argomentazioni proprie e altrui in molteplici contesti di indagine conoscitiva e di decisione"[3].
La Matematica come disciplina coinvolge due aspetti strettamente collegati tra loro:

- uno rivolto alla modellizzazione e alle applicazioni per leggere, interpretare la realtà e risolvere problemi della vita di tutti i giorni;
- l'altro rivolto allo sviluppo interno, alla riflessione e alle speculazioni sugli stessi prodotti culturali dell'attività matematica.

Questi due aspetti sono presenti nelle Indicazioni nazionali, nelle Linee Guida e ripresi dal Quadro di Riferimento (QdR) di Matematica per le prove INVALSI[4].
Le indicazioni di legge sia del primo sia del secondo ciclo, pur nella loro diversità e struttura, dalla scuola primaria alla scuola secondaria, sono caratterizzate da uno sviluppo verticale del curricolo di Matematica, elemento indispensabile per acquisire conoscenze e competenze solide e durature.

La prova INVALSI alla fine del secondo ciclo di istruzione vuole verificare conoscenze e competenze che si sono costruite durante un lungo percorso cercando di garantire un forte carattere di continuità fra il primo e il secondo ciclo. Per questo motivo si sono mantenuti, anche per la prova dell'ultimo anno della scuola secondaria di secondo grado, gli stessi ambiti di contenuto (Numeri, Relazioni e Funzioni, Spazio e Figure, Dati e Previsioni) e le tre dimensioni

[2] Lloyd (1992), "Democracy, philosophy, and science in ancient Greece," in John Dunn (ed.), *Democracy: The Unfinished Journey, 508 BC to 1993*, Oxford University Press, pp. 41-56.
[3] http://archivio.pubblica.istruzione.it/normativa/2007/allegati/all1_dm139new.pdf
[4] https://invalsi-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=home

(*Conoscere*, *Risolvere problemi*, *Argomentare*) che contribuiscono a determinare la competenza matematica valutata mediante le prove INVALSI. Inoltre sono stati introdotti i Traguardi[5] per lo sviluppo delle competenze per il termine del secondo ciclo in continuità con quelli al termine del primo e con quelli della classe seconda della scuola secondaria di secondo grado.

Questa continuità verticale si è realizzata attraverso la presenza di contenuti e competenze comuni in tutte le prove INVALSI, con domande che servono per valutare se alcune conoscenze e competenze di base si sono *mantenute* fino alla fine del secondo ciclo di istruzione. Sono conoscenze di base strumentali (per esempio calcolare una percentuale oppure approssimare un numero o leggere un grafico), ma anche competenze acquisite nei gradi scolastici precedenti (per esempio quelle relative al ragionamento proporzionale) che lo studente deve mantenere attive sia per utilizzarle al di fuori della scuola sia per costruire su di esse nuove conoscenze e competenze.

Un altro elemento di cui è necessario tener conto nella prova al termine del secondo ciclo è l'aspetto di trasversalità fra tipologie di indirizzi differenti. Le *Indicazioni nazionali per i licei* e le *Linee Guida per gli istituti tecnici e professionali* presentano, sia nella distribuzione dei quadri orari sia a livello di contenuti, elementi di diversità che vanno accentuandosi nel secondo biennio e nel quinto anno. Esse permettono comunque di individuare un insieme di contenuti e di competenze comuni, trasversali a tutti gli indirizzi di studi che vengono approfondite e *ricontestualizzate* nel secondo biennio della scuola secondaria di secondo grado e che la prova INVALSI ha il compito di verificare.

Per esempio, se il concetto di equazione si comincia a costruire già nel primo ciclo di istruzione, esso tuttavia nel prosieguo degli studi si arricchisce di procedure e contenuti: si passa dalle equazioni di primo grado a quelle di secondo e poi a quelle riconducibili al primo o secondo grado, quindi ad alcune tipologie di equazioni trascendenti; inoltre si introducono tecniche sempre più raffinate di risoluzione grafica di equazioni e disequazioni. Anche il *senso del simbolo* si inizia a costruire nei primi anni di scuola e via via si arricchisce fino a diventare strumento sempre più raffinato di generalizzazione, di espressione e di calcolo.

Infine, per tenere nella dovuta considerazione anche gli elementi di *specificità* che caratterizzano e distinguono i diversi percorsi di studio, la prova INVALSI contiene anche domande specifiche per il Liceo scientifico (con le opzioni scienze applicate e sportivo) e per gli Istituti tecnici economici e tecnologici, allo scopo di valorizzare alcuni aspetti che la disciplina assume nei curricoli di questi indirizzi.

4. Struttura della prova

Alla luce di quanto descritto nel paragrafo precedente la prova INVALSI ha quindi la necessità sia di riflettere la forte continuità verticale che caratterizza tutte le prove dei gradi precedenti, sia di verificare contenuti e competenze comuni, trasversali a tutti i percorsi scolari. Pertanto la

[5] Vedi Allegato B

prova è composta da una **parte comune** a tutti gli indirizzi di scuola e comprende due tipologie di domande:

- domande di "*manutenzione*" di quella Matematica di base che deve rimanere fino alla fine del percorso di studi. Queste domande sono in stretta continuità con gli argomenti che sono solitamente richiesti nel Grado 8 e nel Grado 10[6]; possono essere ispirate a domande proposte nelle prove di questi due gradi e riformulate per studenti dell'ultimo anno della scuola secondaria di secondo grado. Per esempio, lettura di grafici e tabelle, calcolo di perimetri, aree e volumi, percentuali, ordini di grandezza, relazioni lineari tra grandezze;

- domande di "*ricontestualizzazione*" che propongono situazioni simili a quelle già incontrate (per oggetti di riferimento, contesti, compiti richiesti, ecc.), ma che richiedono l'acquisizione di nuovi strumenti e nuovi contenuti matematici appresi nel corso del secondo biennio. Esempi di domande di questo tipo riguardano la geometria analitica oppure l'uso di modelli esponenziali e logaritmici o, ancora, le funzioni circolari.

La prova per il *Liceo scientifico* (con le opzioni scienze applicate e sportivo) contiene, oltre alle domande comuni, anche domande che, per contenuto o per livello di approfondimento richiesto, sono *specifiche* per questa tipologia di scuola. Lo scopo è quello di valorizzare gli aspetti di differenziazione caratterizzanti questo percorso di studi (in particolare relativamente agli argomenti di geometria dello spazio, calcolo combinatorio, calcolo delle probabilità, analisi matematica).

La prova per gli *Istituti tecnici economici e tecnologici* contiene, oltre alle domande comuni, anche domande che, per contenuto o per livello di approfondimento richiesto, sono *specifiche* per questa tipologia di scuola. Per esempio sono presenti quesiti volti a verificare le conoscenze fondamentali dell'analisi matematica in quanto strumenti utili per la comprensione delle discipline scientifiche e per poter operare nel campo delle scienze applicate.

Nell'Allegato A si riportano esempi di domande appartenenti alle diverse tipologie descritte.

[6] In questo documento, seguendo l'uso internazionale, si indica con "grado" (*grade*) l'anno di scolarità a partire dalla prima classe della scuola primaria (grado 1).

Allegato A

Domande comuni di "manutenzione" e "ricontestualizzazione"

Dati e previsioni

DP1

Domanda

Ogni esame universitario ha un "peso" dato dal numero di CFU (Crediti Formativi Universitari). La *media pesata* dei voti degli esami sostenuti si calcola nel modo seguente:

- si moltiplica il voto di ciascun esame per il relativo numero di CFU
- si sommano tutti i prodotti così ottenuti
- si divide il risultato per il numero totale di CFU

Nella seguente tabella sono riportati i voti dei primi tre esami sostenuti da Giovanna.

	Voto	Numero di CFU
esame 1	25	12
esame 2	20	6
esame 3	23	3
esame 4	?	12

Quale voto deve prendere Giovanna nel prossimo esame (esame 4) da 12 CFU per avere una *media pesata* uguale a 25?

Digita la risposta alla domanda.

Risposta: ☐

Risposta corretta: 28

Formato: Risposta aperta univoca

Ambito: Dati e previsioni

Traguardo: Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.

Dimensione: Conoscere

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Valori medi e misure di variabilità. Calcolare i valori medi e alcune misure di variabilità di una distribuzione. *Definizioni e proprietà dei valori medi e delle misure di variabilità, nonché l'uso di strumenti di calcolo (calcolatrice, foglio di calcolo) per analizzare raccolte di dati e serie statistiche.*

Scopo della domanda: Trovare un dato mancante in un insieme di dati conoscendone la media pesata.

Commento: La domanda DP1 è una domanda di "manutenzione" sul concetto di media ponderata in un contesto che potrebbe risultare vicino a studenti che si apprestano a terminare il secondo ciclo di studi. Utilizzando la definizione di media ponderata, che viene richiamata nel testo della domanda, si tratta di impostare un'equazione per determinare un dato mancante.

DP2

Domanda

In uno studio clinico è stato messo a punto e somministrato a un campione estratto da una popolazione, un test per diagnosticare una malattia.
I risultati del test sul campione sono riportati in tabella.

	Malati	*Sani*	*TOTALE*
Test positivo	95	105	200
Test negativo	5	795	800
TOTALE	100	900	

Domanda 1/3

Qual è la percentuale di persone malate nel campione?

Fai riferimento alla tabella a sinistra e digita la risposta alla domanda.

Risposta: [ ] %.

Risposta corretta: 10

Formato: Risposta aperta univoca

Ambito: Dati e previsioni

Traguardo: Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati, anche calcolando indici, per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni.

Dimensione: Risolvere problemi

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Dati, loro organizzazione e rappresentazione. Raccogliere, organizzare e rappresentare un insieme di dati. *Rappresentare e analizzare in diversi modi (anche utilizzando strumenti informatici) un insieme di dati, scegliendo le rappresentazioni più idonee.*

Scopo della domanda: Elaborare i dati di una tabella per ricavare informazioni.

Domanda

In uno studio clinico è stato messo a punto e somministrato a un campione estratto da una popolazione, un test per diagnosticare una malattia.
I risultati del test sul campione sono riportati in tabella.

	Malati	Sani	TOTALE
Test positivo	95	105	200
Test negativo	5	795	800
TOTALE	100	900	

Domanda 2/3

Qual è la probabilità che una persona malata sia risultata negativa al test? Esprimi il risultato in percentuale.

Fai riferimento alla tabella a sinistra e digita la risposta alla domanda.

Risposta: [ ] %.

Risposta corretta: 5

Formato: Risposta aperta univoca

Ambito: Dati e previsioni

Traguardo: Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità di eventi elementari.

Dimensione: Risolvere problemi

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Significato della probabilità e sue valutazioni. Semplici spazi (discreti) di probabilità: eventi disgiunti, probabilità composta, eventi indipendenti. *Nozione di probabilità, con esempi tratti da contesti classici e con l'introduzione di nozioni di statistica.*

Scopo della domanda: elaborare i dati di una tabella per calcolare una probabilità.

Domanda

In uno studio clinico è stato messo a punto e somministrato a un campione estratto da una popolazione, un test per diagnosticare una malattia.
I risultati del test sul campione sono riportati in tabella.

	Malati	Sani	TOTALE
Test positivo	95	105	200
Test negativo	5	795	800
TOTALE	100	900	

Domanda 3/3

Si definisce *falso positivo* una persona sana che risulta positiva al test. Qual è la probabilità che una persona che ha partecipato al test sia un *falso positivo*?

Fai riferimento alla tabella a sinistra e clicca su una delle alternative.

A ○ $\frac{95}{100}$

B ○ $\frac{105}{900}$

C ○ $\frac{105}{1000}$

D ○ $\frac{200}{900}$

Risposta corretta: C

Formato: Scelta multipla

Ambito: Dati e previsioni

Traguardo: Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità di eventi elementari.

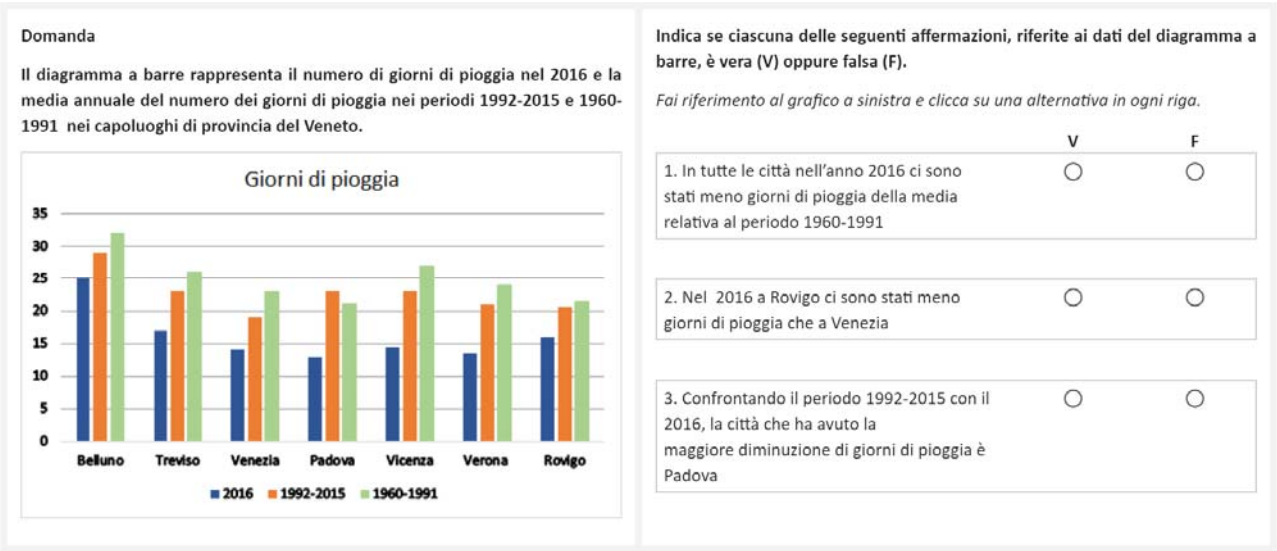
Dimensione: Risolvere problemi

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Significato della probabilità e sue valutazioni. Semplici spazi (discreti) di probabilità: eventi disgiunti, probabilità composta, eventi indipendenti. *Nozione di probabilità, con esempi tratti da contesti classici e con l'introduzione di nozioni di statistica.*

Scopo della domanda: elaborare i dati di una tabella per calcolare una probabilità.

Commento: La domanda DP2 è una domanda di "manutenzione", composta da tre item, nella quale si propone la lettura di una tabella a doppia entrata. In maniera graduale si passa dalla richiesta di calcolo di una percentuale al calcolo di una probabilità.

DP3



Risposta corretta: V – F – V

Formato: Scelta multipla complessa

Ambito: Dati e previsioni

Traguardo: Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati, anche calcolando indici, per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni.

Dimensione: Risolvere problemi

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Dati, loro organizzazione e rappresentazione. Raccogliere, organizzare e rappresentare un insieme di dati. *Rappresentare e analizzare in diversi modi (anche utilizzando strumenti informatici) un insieme di dati, scegliendo le rappresentazioni più idonee.*

Scopo della domanda: Dedurre informazioni da un diagramma a barre.

Commento: La domanda DP3 è una domanda di "manutenzione" nella quale sono richieste competenze di lettura e di confronto di dati rappresentati mediante diagrammi a barre. Tali competenze di base spesso si trovano nelle prove di tutti i gradi scolari.

Spazio e figure

SF1

Domanda

Un imbianchino deve tinteggiare con lo stesso tipo di vernice le pareti dei salotti del sig. Bianchi e del sig. Rossi che abitano nello stesso palazzo. Le due stanze avevano inizialmente la stessa pianta (*Figura* 1); successivamente il signor Rossi ha modificato la pianta del suo salotto come risulta nella *Figura* 2.

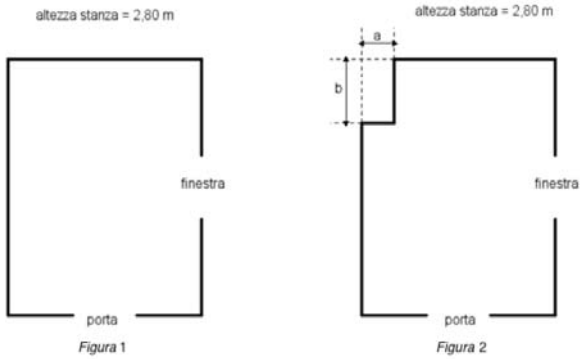


Figura 1 *Figura* 2

Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una delle alternative.

La spesa per la tinteggiatura

A ○ è la stessa per il signor Bianchi e per il signor Rossi
B ○ è maggiore per il signor Rossi
C ○ è maggiore per il signor Bianchi
D ○ dipende dalle misure di a e b

Risposta corretta: A

Formato: Scelta multipla

Ambito: Spazio e figure

Traguardo: Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.

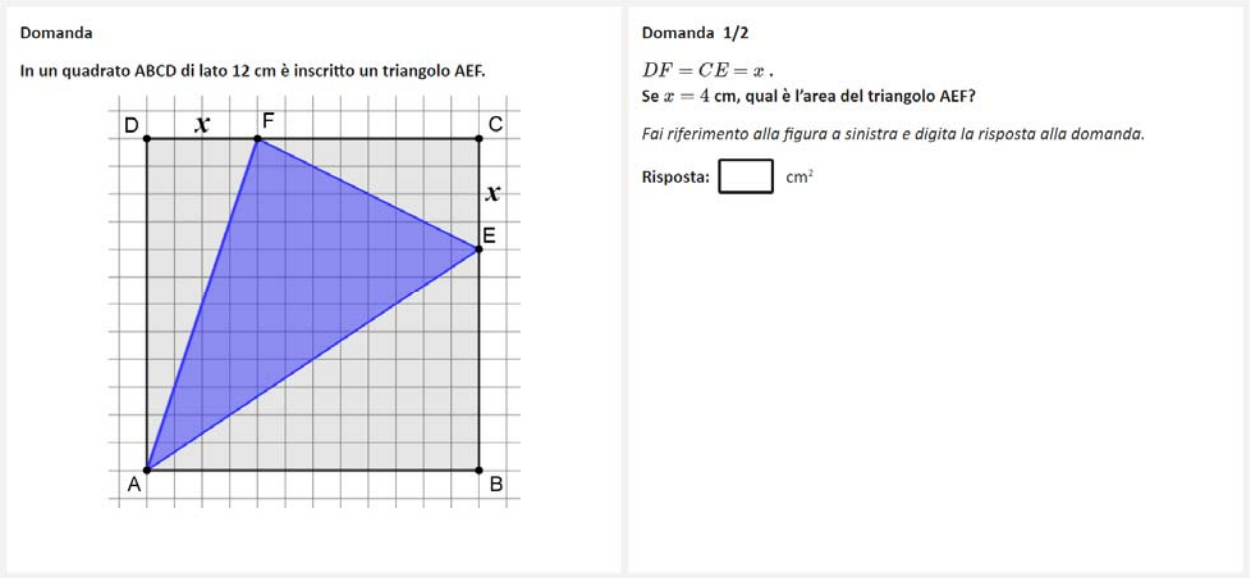
Dimensione: Risolvere problemi

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. *Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.*

Scopo della domanda: Riconoscere l'isoperimetria di due figure di area diversa.

Commento: La domanda SF1 è una domanda di "manutenzione" di geometria elementare che fa riferimento a un problema in contesto reale; per rispondere correttamente, occorre riconoscere che le due figure sono isoperimetriche.

SF2



Risposta corretta: 56

Formato: Risposta aperta univoca

Ambito: Spazio e figure

Traguardo: Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.

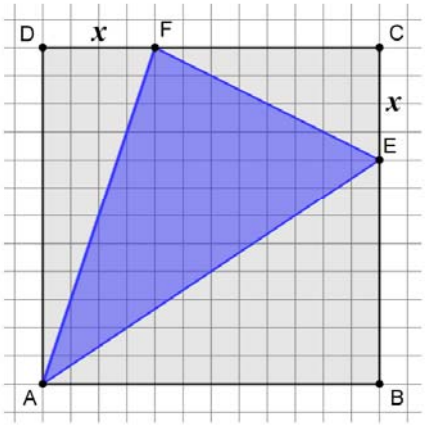
Dimensione: Conoscere

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. *Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.*

Scopo della domanda: Calcolare l'area di un triangolo per scomposizione.

Domanda

In un quadrato ABCD di lato 12 cm è inscritto un triangolo AEF.



Domanda 2/2

Immagina ora che i punti F e E si muovano lungo i lati del quadrato ABCD.

L'area del triangolo AEF, al variare di x tra 0 e 12, è descritta dall'espressione $A = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 72$.

Fai riferimento alla figura a sinistra e indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

Per rispondere clicca su una alternativa in ogni riga.

	V	F
1. Se $x = 0$, l'area del triangolo AEF è uguale alla metà dell'area del quadrato	○	○
2. L'area del triangolo AEF per $x = 4$ è minore dell'area del triangolo per $x = 8$	○	○
3. Se $x = 6$, l'area del triangolo AEF è minima	○	○

Risposta corretta: V – F – V

Formato: Scelta multipla complessa

Ambito: Spazio e figure

Traguardo: Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).

Dimensione: Conoscere

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. *Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.*

Le funzioni e la loro rappresentazione (numerica, funzionale, grafica). Funzioni di vario tipo (lineari, quadratiche, circolari, di proporzionalità diretta e inversa). Rappresentare sul piano cartesiano le principali funzioni incontrate. Studiare le funzioni f(x) = ax + b e f(x) = $ax^2 + bx + c$. *Le funzioni del tipo f(x) = ax + b, f(x) = |x|, f(x) = a/x, f(x) = x^2 sia in termini strettamente matematici sia in funzione della descrizione e soluzione di problemi applicativi.*

Scopo della domanda: Valutare la variazione dell'area di un triangolo seguendo diversi possibili approcci.

Commento: La domanda SF2 è composta da due item. Il primo è un item di "manutenzione", che prende ispirazione da una domanda della Prova Nazionale del 2012, dove si deve determinare, ad esempio per differenza, l'area di un triangolo inscritto in un quadrato. Il secondo item può essere considerato invece di "ricontestualizzazione" in quanto propone l'equazione di una funzione di secondo grado che può essere utilizzata per determinare il valore di verità di alcune affermazioni riguardanti l'area di un triangolo che si modifica al variare di *x*.

SF3

Domanda

Osserva la foto scattata a Roma alle ore 11.20 del 23 settembre. L'altezza del palo è di 1,12 m e la sua ombra misura 1,26 m.

Domanda 1/2

Nello stesso istante un albero, verticale rispetto al terreno, proietta vicino al palo un'ombra che misura 8,1 m.

Qual è l'altezza dell'albero?

Scrivi il risultato con una cifra dopo la virgola.

Digita la risposta alla domanda.

Risposta: ____ m

Risposta corretta: 7,2

Formato: Risposta aperta univoca

Ambito: Spazio e figure

Traguardo: Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.

Dimensione: Risolvere problemi

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. *Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.*

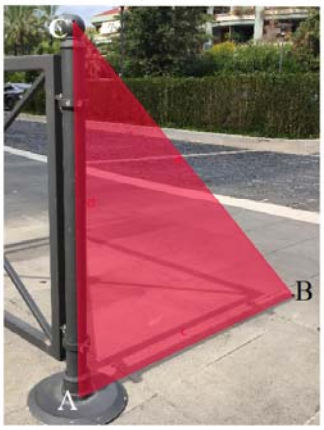
Scopo della domanda: Calcolare una lunghezza in un contesto reale utilizzando una similitudine.

Domanda

Osserva la foto scattata a Roma alle ore 11.20 del 23 settembre. L'altezza del palo è di 1,12 m e la sua ombra misura 1,26 m.

Domanda 2/2

Il palo e la sua ombra individuano i cateti del triangolo rettangolo ABC .



Quale tra le seguenti relazioni permette di calcolare l'ampiezza dell'angolo $A\widehat{B}C$?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

A ○ $\tan(A\widehat{B}C) = \frac{AC}{AB}$

B ○ $\sin(A\widehat{B}C) = \frac{AC}{AB}$

C ○ $\sin(A\widehat{B}C) = \frac{AB}{AC}$

D ○ $\tan(A\widehat{B}C) = \frac{AB}{AC}$

Risposta corretta: A

Formato: Scelta multipla

Ambito: Spazio e figure

Traguardo: Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.

Dimensione: Conoscere

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Teorema dei seni e dei coseni. Applicare la trigonometria nei problemi riguardanti i triangoli. *I teoremi che permettono la risoluzione dei triangoli e il loro uso nell'ambito di altre discipline.*

Scopo della domanda: Applicare la definizione di tangente di un angolo come rapporto tra cateto opposto e cateto adiacente all'angolo in un triangolo rettangolo

Commento: La domanda SF3 fa riferimento a un contesto reale ed è composta da due item. Il primo item richiede di riconoscere la similitudine tra due triangoli per stimare una lunghezza ed è quindi di "manutenzione", mentre il secondo item testa una conoscenza di base da secondo biennio relativa alle definizioni delle funzioni goniometriche in un triangolo rettangolo.

Numeri

NU1

Domanda

La distanza media tra la Terra e il Sole è circa $1,5 \times 10^{11}$ m.
La distanza media tra la Terra e la Luna è circa $3,8 \times 10^{8}$ m.

Che relazione c'è tra la distanza media della Terra dal Sole e la distanza media della Terra dalla Luna?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

A ○ La distanza media tra la Terra e il Sole è circa il doppio della distanza media tra la Terra e la Luna

B ○ La distanza media tra la Terra e il Sole è circa il triplo della distanza media tra la Terra e la Luna

C ○ La distanza media tra la Terra e il Sole è circa 1000 volte la distanza media tra la Terra e la Luna

D ○ La distanza media tra la Terra e il Sole è circa 400 volte la distanza media tra la Terra e la Luna

Risposta corretta: D

Formato: Scelta multipla

Ambito: Numeri

Traguardo: Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.

Dimensione: Conoscere

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Le operazioni con i numeri interi e razionali. Operare con i numeri interi e razionali e valutare l'ordine di grandezza dei risultati. *Calcolo (mentale, con carta e penna, mediante strumenti) con i numeri interi, con i numeri razionali sia nella scrittura come frazione che nella rappresentazione decimale.*

Potenze e radici. Calcolare semplici espressioni con potenze e radicali. *I numeri irrazionali e le espressioni in cui essi compaiono.*

Scopo della domanda: Stimare un rapporto tra numeri in notazione scientifica

Commento: La domanda NU1 è una domanda di "manutenzione" in cui occorre stimare un rapporto tra numeri espressi in notazione scientifica, lavorando sia sulla stima del rapporto tra 1,5 e 3,8 sia con le proprietà delle potenze.

NU2

Domanda

Il tipo di pasta che normalmente è acquistato da Giovanna ha lo stesso prezzo in due negozi A e B. Questa settimana il negozio A pratica uno sconto del 25% e il negozio B fa l'offerta "compri tre e paghi due". In quale negozio le conviene comprare la pasta se deve acquistarne 6 confezioni?

Scegli una delle due risposte e completa la frase.

Digita la risposta alla domanda nella casella corretta.

Nel negozio A, perché

Nel negozio B, perché

Risposta corretta: per esempio "*Nel negozio B, perché "compri tre e paghi due" corrisponde a uno sconto circa del 33% che è maggiore del 25%"*.

Formato: Risposta aperta articolata

Ambito: Numeri

Traguardo: Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione.

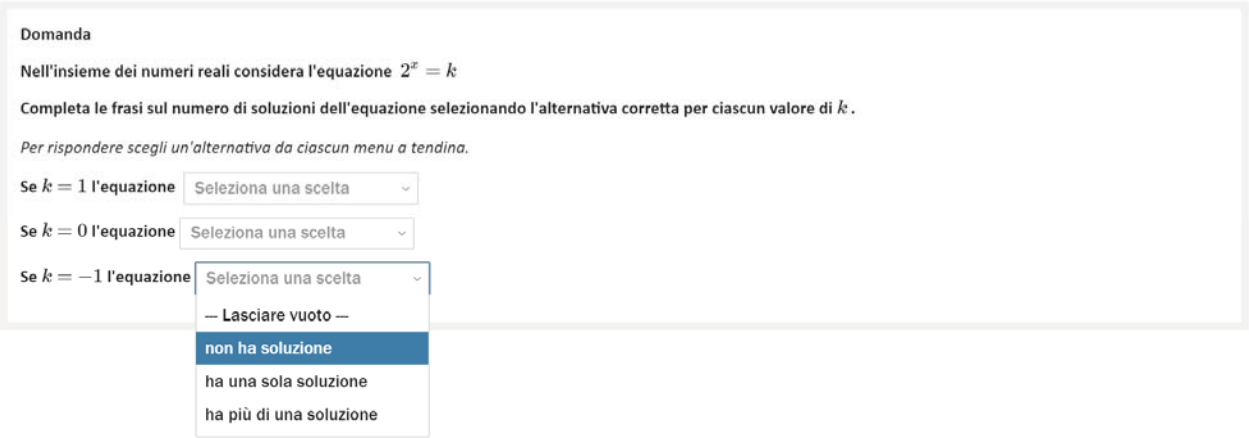
Dimensione: Argomentare

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Rapporti e percentuali. *Proporzionalità diretta e inversa.*

Scopo della domanda: Confrontare due sconti espressi in modo differente.

Commento: La domanda NU2 è una domanda di "manutenzione" sul calcolo delle percentuali in un contesto di vita quotidiana. La domanda è di tipo argomentativo e per rispondere correttamente occorre confrontare una percentuale di sconto con un'offerta di vendita descritta attraverso un'espressione di uso comune in ambito commerciale.

NU3



Risposta corretta: ha una sola soluzione – non ha soluzione – non ha soluzione

Formato: Scelta multipla complessa

Ambito: Numeri

Traguardo: Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.

Dimensione: Conoscere

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Risolvere equazioni e disequazioni relative a funzioni goniometriche, esponenziali, logaritmiche, funzioni modulo con metodi grafici o numerici anche con l'aiuto di strumenti elettronici.
Casi semplici e significativi di equazioni e disequazioni in cui compaiono funzioni polinomiali, razionali, circolari, esponenziale e logaritmo.

Scopo della domanda: Individuare l'insieme di soluzioni di una equazione esponenziale parametrica.

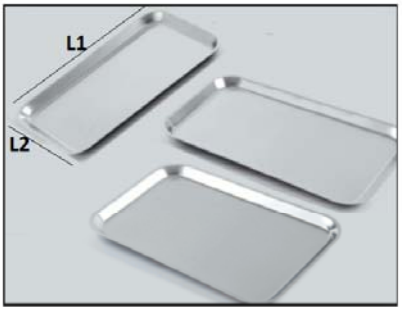
Commento: La domanda NU3 è una domanda di "ricontestualizzazione" in cui si richiede di riconoscere il numero di soluzioni di una equazione esponenziale parametrica al variare del parametro. La risposta corretta può essere data conoscendo le proprietà della funzione esponenziale.

Relazioni e funzioni

RF1

Domanda

Un negozio di articoli per la casa vende dei vassoi rettangolari di diverse dimensioni.



Il prezzo p (in euro) di un vassoio dipende dalle dimensioni (in cm) secondo la formula:

$$p = \frac{L1 \times L2}{20}$$

Domanda 1/2

Facendo riferimento alla formula, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

Per rispondere clicca su una alternativa in ogni riga.

	V	F
1. Il prezzo di un vassoio aumenta se aumenta la sua superficie	○	○
2. Il prezzo di un vassoio di dimensioni $30\ \text{cm} \times 20\ \text{cm}$ è 6 euro	○	○
3. Se due vassoi costano uno la metà dell'altro, allora le dimensioni dell'uno sono la metà delle dimensioni dell'altro	○	○

Risposta corretta: V – F – F

Formato: Scelta multipla complessa

Ambito: Relazioni e funzioni

Traguardo: Utilizza semplici modelli matematici dati per descrivere situazioni e fenomeni reali.

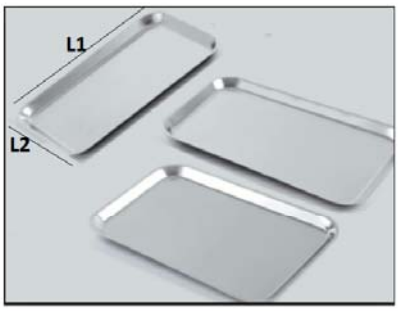
Dimensione: Risolvere problemi

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Le espressioni letterali e i polinomi. Padroneggiare l'uso della lettera come mero simbolo e come variabile. *Elementi di base del calcolo letterale. Calcoli con le espressioni letterali sia per rappresentare un problema (mediante un'equazione, disequazioni o sistemi) e risolverlo, sia per dimostrare risultati generali, in particolare in aritmetica.*

Scopo della domanda: Ricavare informazioni interpretando una formula.

Domanda

Un negozio di articoli per la casa vende dei vassoi rettangolari di diverse dimensioni.



Il prezzo p (in euro) di un vassoio dipende dalle dimensioni (in cm) secondo la formula:

$$p = \frac{L1 \times L2}{20}$$

Domanda 2/2

Il prezzo di un vassoio è 20 euro e $L1 = 40\ cm$.

Quanto misura $L2$?

A ○ $20\ cm$
B ○ $10\ cm$
C ○ $36\ cm$
D ○ $18\ cm$

Risposta corretta: B

Formato: Scelta multipla semplice

Ambito: Relazioni e funzioni

Traguardo: Utilizza semplici modelli matematici dati per descrivere situazioni e fenomeni reali.

Dimensione: Risolvere problemi

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Le espressioni letterali e i polinomi. Padroneggiare l'uso della lettera come mero simbolo e come variabile. *Elementi di base del calcolo letterale. Calcoli con le espressioni letterali sia per rappresentare un problema (mediante un'equazione, disequazioni o sistemi) e risolverlo, sia per dimostrare risultati generali, in particolare in aritmetica.*

Scopo della domanda: Ricavare il valore di una variabile a partire da una formula data.

Commento: La domanda RF1 è una domanda di "manutenzione" formata da due item nei quali si richiede di usare una formula che modellizza una situazione in un contesto reale. In particolare per stabilire la verità delle affermazioni descritte nel primo item è necessario utilizzare la formula data in maniera diretta mentre per rispondere al secondo item occorre saperne ricavare una formula inversa.

RF2

Domanda

Un comune propone un servizio di noleggio giornaliero di auto per una percorrenza massima di 300 km. Il noleggio prevede un costo fisso di 20 euro ed un costo variabile che dipende dal numero di chilometri che si percorrono.

Costo fisso	20 euro
Costo variabile al km per i primi 100 km	0,65 euro al km
Costo variabile per ogni km oltre i primi 100	0,4 euro al km

Domanda 1/2

Alessandro noleggia un'auto e percorre 100 km. Quanto spende?

Digita la risposta alla domanda.

Risposta: [ ] €

Risposta corretta: 85

Formato: Risposta aperta univoca

Ambito: Relazioni e funzioni

Traguardo: Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.

Dimensione: Risolvere problemi

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Funzioni. Negli Istituti tecnici del settore tecnologico e negli Istituti professionali: funzioni polinomiali; funzioni razionali e irrazionali; funzione modulo; funzioni esponenziali e logaritmiche; funzioni periodiche. Negli Istituti tecnici del settore economico: funzioni di uso comune nelle scienze economiche e sociali e loro rappresentazione grafica. *Le funzioni elementari dell'analisi e i loro grafici; funzioni polinomiali, razionali, circolari, esponenziale e logaritmo.*

Scopo della domanda: Calcolare il valore di una funzione in un punto, descritta attraverso il linguaggio verbale.

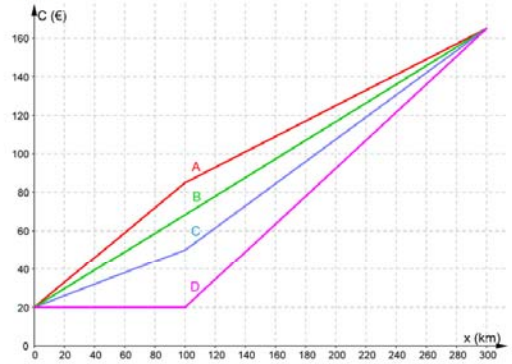
Domanda

Un comune propone un servizio di noleggio giornaliero di auto per una percorrenza massima di 300 km. Il noleggio prevede un costo fisso di 20 euro ed un costo variabile che dipende dal numero di chilometri che si percorrono.

Costo fisso	20 euro
Costo variabile al km per i primi 100 km	0,65 euro al km
Costo variabile per ogni km oltre i primi 100	0,4 euro al km

Domanda 2/2

Nella figura seguente sono rappresentati i grafici di quattro contratti di autonoleggio.



Scegli quello che corrisponde alla proposta del comune.

Per rispondere clicca su una delle alternative.

A ○ Grafico A
B ○ Grafico B
C ○ Grafico C
D ○ Grafico D

Risposta corretta: A

Formato: Scelta multipla semplice

Ambito: Relazioni e funzioni

Traguardo: Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).

Dimensione: Conoscere

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Costruire modelli matematici di fenomeni. *Metodologie elementari per la costruzione di modelli matematici in casi molto semplici ma significativi.*

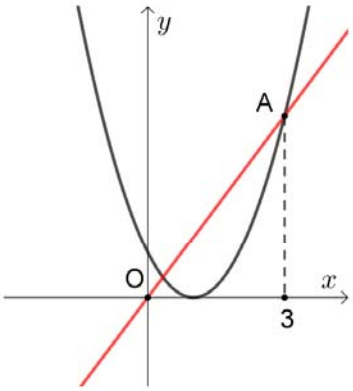
Scopo della domanda: Individuare la rappresentazione grafica del modello descritto.

Commento: La domanda RF2 è una domanda di "ricontestualizzazione" composta da due item e propone un modello lineare a tratti attraverso una tabella che illustra uno schema di costo per il noleggio giornaliero di un'auto. Nel primo item si chiede un calcolo diretto desumibile dalla lettura della tabella, mentre nel secondo item si chiede di individuare il grafico corrispondente alla situazione descritta, individuando la spezzata che rappresenta il costo del noleggio.

RF3

Domanda

La retta di equazione $y = mx$ interseca la parabola di equazione $y = x^2 - 2x + 1$ nel punto A di ascissa 3.



Qual è il valore del coefficiente angolare (o pendenza) m della retta?

Digita la risposta alla domanda.

Risposta: $m=$ ☐

Risposta corretta: $\frac{4}{3}$

Formato: Risposta aperta univoca

Ambito: Relazioni e funzioni

Traguardo: Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.

Dimensione: Risolvere problemi

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Le funzioni e la loro rappresentazione (numerica, funzionale, grafica). Funzioni di vario tipo (lineari, quadratiche, circolari, di proporzionalità diretta e inversa). Rappresentare sul piano cartesiano le principali funzioni incontrate. Studiare le funzioni $f(x) = ax + b$ e $f(x) = ax^2 + bx + c$.
Le funzioni del tipo $f(x) = ax + b$, $f(x) = |x|$, $f(x) = a/x$, $f(x) = x^2$ sia in termini strettamente matematici sia in funzione della descrizione e soluzione di problemi applicativi.

Scopo della domanda: Determinare la pendenza di una retta riconoscendo che passa per un punto comune ad una parabola.

Commento: La RF3 è una domanda di "ricontestualizzazione" in stretta continuità con le richieste fatte nel Grado 10. Per rispondere alla domanda occorre determinare l'ordinata di un punto di una parabola di equazione nota conoscendone l'ascissa e poi determinare la pendenza di una retta passante per l'origine e per quel punto.

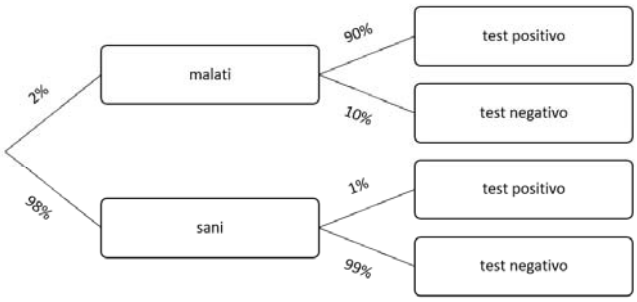
Domande specifiche per il Liceo scientifico

DP1_S

Domanda

I test clinici sono soggetti a errore: a volte non rilevano una malattia in persone malate e a volte la rilevano in persone sane.

Una malattia colpisce il 2% delle persone di una popolazione. Un test clinico risulta positivo, cioè rileva la malattia, nel 90% delle persone malate e nell'1% delle persone sane. La situazione è descritta dal diagramma ad albero seguente.



Un individuo della popolazione si è sottoposto al test che è risultato positivo. Qual è la probabilità che l'individuo sia malato? Approssima il risultato in forma percentuale inserendo una cifra in ogni casella.

Digita ciascun valore nella casella corretta.

Risultato: ☐☐,☐☐ %

Risposta corretta: 64,75 (accettabile anche 64,74)

Formato: Risposta aperta univoca

Ambito: Dati e previsioni

Traguardo: Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità di eventi elementari.

Dimensione: Risolvere problemi

Indicazioni Nazionali: *Probabilità condizionata e composta, la formula di Bayes e le sue applicazioni, nonché gli elementi di base del calcolo combinatorio.*

Scopo della domanda: Applicare il teorema di Bayes per calcolare una probabilità.

Commento: La domanda DP1_S è una domanda nella quale la situazione problematica è descritta sia in un testo verbale sia attraverso un diagramma ad albero; per rispondere correttamente si può utilizzare il teorema di Bayes: il diagramma ad albero può supportare possibili strategie risolutive o di controllo.

SF1_S

Domanda

Nello spazio sono dati due piani, α e β, che si intersecano in una retta *r*.

Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

Per rispondere clicca su una alternativa in ogni riga.

	V	F
1. Una retta *s* che non interseca la retta *r* necessariamente interseca almeno uno dei due piani	○	○
2. Considera sul piano α il punto A non appartenente alla retta *r*. Una retta *s*, che passa per A e interseca *r*, giace sul piano α	○	○
3. Un piano π che non interseca la retta *r* interseca almeno uno dei due piani α e β	○	○

Risposta corretta: F – V – V

Formato: Scelta multipla complessa

Ambito: Spazio e figure

Traguardo: Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.

Dimensione: Conoscere

Indicazioni Nazionali: *Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano.*
Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.

Scopo della domanda: Riconoscere mutue posizioni di rette e piani nello spazio.

Commento: La domanda SF1_S richiede di saper visualizzare nello spazio la posizione reciproca di rette e piani senza che venga data una rappresentazione grafica delle situazioni descritte a parole e senza che vengano date equazioni esplicite.

NU1_S

Domanda

Considera la funzione $y = \log_2(x)$ definita nei numeri reali positivi.

Per rispondere clicca su una delle alternative.

Sia c la soluzione dell'equazione $\log_2(x) = -x$. Allora

A ○ $-2 < c < -1$
B ○ $-1 < c < 0$
C ○ $0 < c < 1$
D ○ $1 < c < 2$

Risposta corretta: C

Formato: Scelta multipla

Ambito: Numeri

Traguardo: Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.

Dimensione: Conoscere

Indicazioni Nazionali: *Casi semplici e significativi di equazioni e disequazioni in cui compaiono funzioni polinomiali, razionali, circolari, esponenziale e logaritmo.*

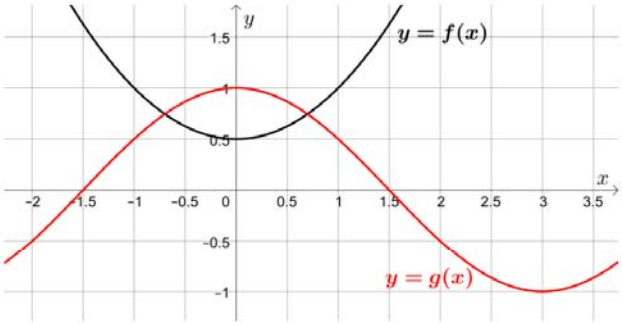
Scopo della domanda: Individuare l'intervallo a cui appartiene la soluzione di un'equazione trascendente.

Commento: La domanda NU1_S richiede di individuare l'intervallo a cui appartiene la soluzione di un'equazione che può essere risolta solo in modo approssimato. Per rispondere quindi bisogna conoscere i grafici della funzione $y = \log_2(x)$ e della funzione $y = -x$ e sapere che la soluzione dell'equazione è data dall'ascissa del punto di intersezione di tali grafici.

RF1_S

Domanda

Nel piano cartesiano in figura sono disegnati i grafici di due funzioni f e g. Il grafico di f passa per il punto di coordinate $(0; 0,5)$ e il grafico di g passa per il punto di coordinate $(0; 1)$.



Considera la funzione $h(x) = f(x) + a$.

Per quale dei seguenti valori di a l'equazione $h(x) = g(x)$ non ammette soluzioni per x compreso tra $-1,5$ e $1,5$?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

A ○ $a = 0,75$
B ○ $a = 0,25$
C ○ $a = 0$
D ○ $a = 0,5$

Risposta corretta: A

Formato: Scelta multipla semplice

Ambito: Relazioni e funzioni

Traguardo: Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).

Dimensione: Conoscere

Indicazioni Nazionali: *Casi semplici e significativi di equazioni e disequazioni in cui compaiono funzioni polinomiali, razionali, circolari, esponenziale e logaritmo.*

Scopo della domanda: Risolvere per via grafica un'equazione parametrica.

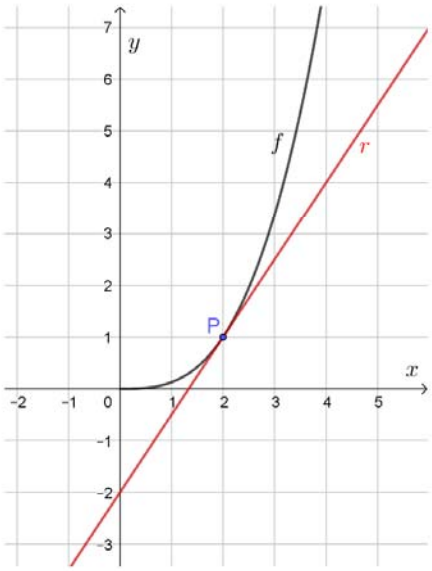
Commento: La domanda RF1_S richiede di riconoscere dall'equazione della funzione *h* che il suo grafico si può ottenere con una traslazione di vettore [0, *a*] del grafico della funzione *f*. Per rispondere bisogna poi individuare il valore di *a* per il quale i grafici delle funzioni *h* e *g* non si intersecano nell'intervallo dato.

Domande specifiche per il Liceo scientifico e per gli Istituti tecnici

RF1_ST

Domanda

La retta r di equazione $y = \frac{3}{2}x - 2$ è tangente nel punto P di ascissa 2 al grafico della funzione f rappresentato in figura:



Domanda 1/2

Quanto vale $f(2)$?

Digita la risposta alla domanda.

Risposta: $f(2) =$

Risposta corretta: 1

Formato: Risposta aperta univoca

Ambito: Relazioni e funzioni

Traguardo: Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).

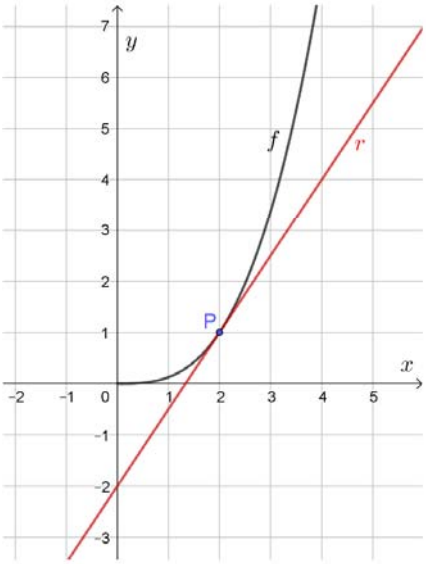
Dimensione: Conoscere

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Funzioni. Negli Istituti tecnici del settore tecnologico e negli Istituti professionali: funzioni polinomiali; funzioni razionali e irrazionali; funzione modulo; funzioni esponenziali e logaritmiche; funzioni periodiche. Negli Istituti tecnici del settore economico: funzioni di uso comune nelle scienze economiche e sociali e loro rappresentazione grafica. *Le funzioni elementari dell'analisi e i loro grafici; funzioni polinomiali, razionali, circolari, esponenziale e logaritmo.*

Scopo della domanda: Leggere su un grafico il valore di una funzione in un punto del suo dominio.

Domanda

La retta r di equazione $y = \frac{3}{2}x - 2$ è tangente nel punto P di ascissa 2 al grafico della funzione f rappresentato in figura:



Domanda 2/2

Quanto vale la derivata prima di f in $x = 2$, cioè $f'(2)$?

Digita la risposta alla domanda.

Risposta: $f'(2) = \boxed{}$

Risposta corretta: $\frac{3}{2}$

Formato: Risposta aperta univoca

Ambito: Relazioni e funzioni

Traguardo: Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).

Dimensione: Conoscere

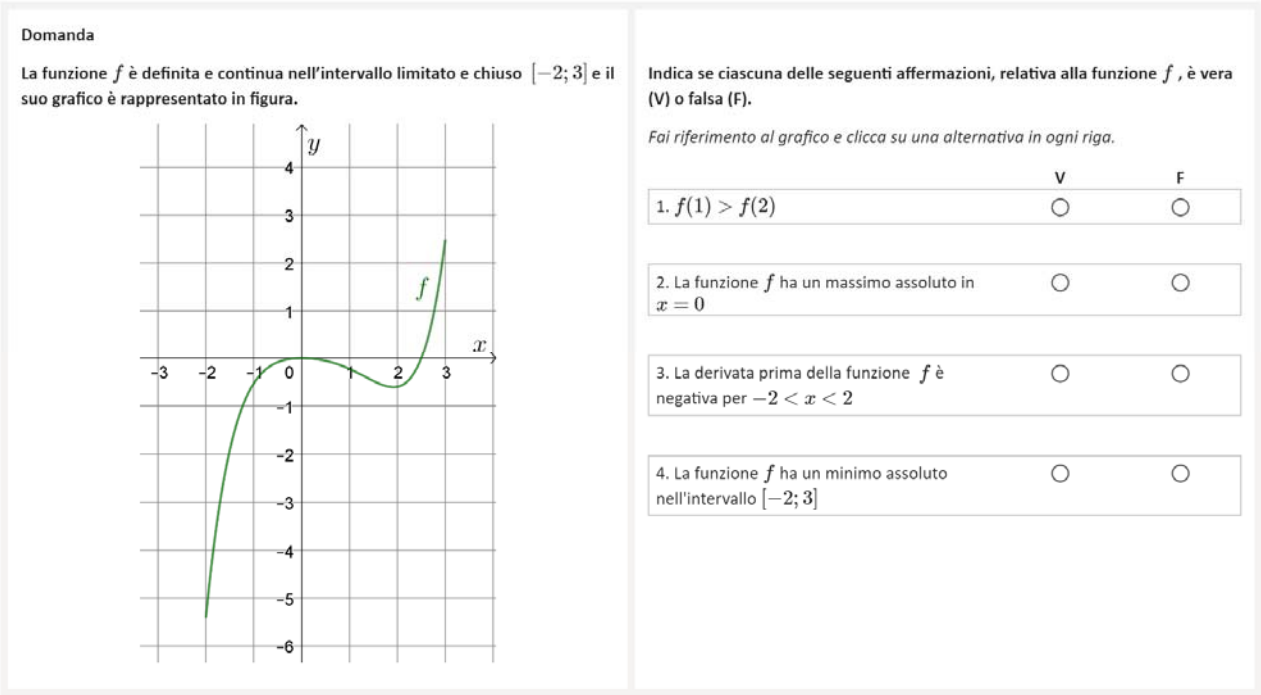
Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Derivata di una funzione. *La nozione di crescita media e il concetto di velocità di variazione di un processo rappresentato mediante una funzione. La derivabilità.*

Scopo della domanda: Individuare la derivata di una funzione in un punto utilizzando il suo significato geometrico.

Commento: La domanda RF1_ST è composta da due item; il primo riguarda la condizione di appartenenza di un punto al grafico di una funzione e quindi può essere considerato di "manutenzione" di una conoscenza che, seppur interna alla matematica, è una conoscenza di base che dovrebbe rimanere fino alla fine di un percorso di studio di scuola secondaria di secondo grado; il secondo item invece riguarda il significato geometrico del concetto di derivata: si deve sapere che il valore che la derivata prima di una funzione assume per un certo valore di

x corrisponde alla pendenza della retta tangente al grafico della funzione nel punto di ascissa *x*. Le risposte non richiedono particolari tecniche di calcolo, ma solo il possesso di concetti basilari per una buona formazione matematica.

RF2_ST



Domanda

La funzione f è definita e continua nell'intervallo limitato e chiuso $[-2;3]$ e il suo grafico è rappresentato in figura.

Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni, relativa alla funzione f, è vera (V) o falsa (F).

Fai riferimento al grafico e clicca su una alternativa in ogni riga.

	V	F
1. $f(1) > f(2)$	○	○
2. La funzione f ha un massimo assoluto in $x = 0$	○	○
3. La derivata prima della funzione f è negativa per $-2 < x < 2$	○	○
4. La funzione f ha un minimo assoluto nell'intervallo $[-2;3]$	○	○

Risposta corretta: V – F – F – V

Formato: Scelta multipla complessa

Ambito: Relazioni e funzioni

Traguardo: Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).

Dimensione: Conoscere

Linee Guida e *Indicazioni Nazionali*: Funzioni. Negli Istituti tecnici del settore tecnologico e negli Istituti professionali: funzioni polinomiali; funzioni razionali e irrazionali; funzione modulo; funzioni esponenziali e logaritmiche; funzioni periodiche. Negli Istituti tecnici del settore economico: funzioni di uso comune nelle scienze economiche e sociali e loro rappresentazione grafica. *Le funzioni elementari dell'analisi e i loro grafici; funzioni polinomiali, razionali, circolari, esponenziale e logaritmo.*
Derivata di una funzione. *La nozione di crescita media e il concetto di velocità di variazione di un processo rappresentato mediante una funzione. La derivabilità.*

Scopo della domanda: Individuare proprietà di una funzione dal suo grafico.

Commento: La domanda RF2_ST richiede di riconoscere se alcune affermazioni riguardanti le proprietà di una funzione sono vere o false: in particolare richiede di confrontare i valori che la funzione assume in due punti del suo dominio, distinguere tra massimi e minimi assoluti e relativi e mettere in relazione la crescenza e la decrescenza della funzione con il segno della sua derivata prima.

Allegato B

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria	Codifica	Dimensione
Si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.	**T1**	**1**
Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.	**T2**	**1**
Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.	**T3**	**1**
Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro...).	**T4**	**1**
Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.	**T5**	**2**
Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.	**T6**	**2**
Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.	**T7**	**3**
Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.	**T8**	**2**
Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.	**T9**	**3**
Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...).	**T10**	**1**

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di primo grado	Codifica	Dimensione
Si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni.	**T1**	**1**
Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi.	**T2**	**1**
Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni.	**T3**	**2**
Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza.	**T4**	**2**
Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.	**T5**	**2**
Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.	**T6**	**2**
Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione).	**T7**	**3**
Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.	**T8**	**3**
Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ecc.) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale.	**T9**	**1**
Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, ecc.) si orienta con valutazioni di probabilità.	**T10**	**2**

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di secondo grado[7]	Codifica	Dimensione
Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.	**T1**	**1**
Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.	**T2**	**1**
Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati, anche calcolando indici, per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni.	**T3**	**2**
Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.	**T4**	**2**
Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.	**T5**	**2**
Riconosce, fra diverse argomentazioni, quelle che sono adeguate a sostenere una determinata tesi; produce esempi e controesempi utili a confermare o a confutare una determinata affermazione.	**T6**	**3**
Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione.	**T7**	**3**
Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).	**T8**	**1**
Riconosce, tra diversi modelli matematici proposti, quelli più adeguati a descrivere determinate situazioni oggetto di interesse	**T9**	**2**
Utilizza semplici modelli matematici dati per descrivere situazioni e fenomeni reali.	**T10**	**2**
Dati una situazione o un fenomeno reali individua le variabili significative e costruisce un modello matematico adeguato a rappresentarli.	**T11**	**2**
Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità di eventi elementari.	**T12**	**2**

[7] Per la scuola secondaria di secondo grado non sono previsti, dalla normativa vigente, Traguardi per lo sviluppo delle competenze. Il gruppo di lavoro INVALSI ha individuato una serie di Traguardi per lo sviluppo delle competenze in diretta continuità con i Traguardi della fine del primo ciclo.

La seguente tabella riporta, affiancati, i traguardi dei diversi livelli scolari allo scopo di mostrarne la forte continuità.

Traguardi al termine della Scuola Primaria	Traguardi al termine della Scuola Secondaria di Primo Grado	Traguardi al termine della Scuola Secondaria di Secondo Grado
1. Si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.	**1.** Si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni.	**1**. Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.
2. Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.	**2**. Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi.	**2**. Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.
3. Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.		
4. Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro, ecc.).		
5. Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.	**3**. Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni.	**3**. Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati, anche calcolando indici, per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni.

Traguardi al termine della Scuola Primaria	Traguardi al termine della Scuola Secondaria di Primo Grado	Traguardi al termine della Scuola Secondaria di Secondo Grado
6. Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.	**10**. Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, ecc.) si orienta con valutazioni di probabilità.	**12**. Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità di eventi elementari.
8. Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.	**4**. Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza. **5**. Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.	**4**. Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati. **5**. Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.
9. Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri. **7.** Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.	**7**. Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (per esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione). **8**. Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.	**6**. Riconosce, fra diverse argomentazioni, quelle che sono adeguate a sostenere una determinata tesi; produce esempi e controesempi utili a confermare o a confutare una determinata affermazione. **7.** Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione.

Traguardi al termine della Scuola Primaria	Traguardi al termine della Scuola Secondaria di Primo Grado	Traguardi al termine della Scuola Secondaria di Secondo Grado
10. Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ecc.).	**9**. Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ...) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale.	**8**. Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).
	6. Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.	**9**. Riconosce, tra diversi modelli matematici proposti, quelli più adeguati a descrivere determinate situazioni oggetto di interesse. **10**. Utilizza semplici modelli matematici dati per descrivere situazioni e fenomeni reali. **11**. Dati una situazione o un fenomeno reali individua le variabili significative e costruisce un modello matematico adeguato a rappresentarli.