



1 ESERCIZI

Svolgere i seguenti esercizi:

1. Determina i valori di a per i quali il seguente sistema é determinato, indeterminato e impossibile.

$$\begin{cases} 8x - ay = -2 \\ (a + 10)x + 3y = 1 \end{cases}$$

2. Interpreta graficamente il seguente sistema:

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}(x - 1) + 3 \\ 2x = y - 1 \end{cases}$$

3. Discuti il seguente sistema al variare del parametro a :

$$\begin{cases} (a - 2)x + (4 - a)y = 1 \\ ax + ay = 3 \end{cases}$$

4. Sia $p(x)$ un polinomio di terzo grado monico tale che $p(1) = p(-1) = -1$ e $\frac{1}{2}p(2) + \frac{1}{2}p(-2) = 6$. Determina i coefficienti di p .
5. In un trapezio di area 540 e altezza 15, trova la misura delle basi sapendo che la somma di $\frac{1}{3}$ della base maggiore con i $\frac{3}{5}$ della base minore é 32.
6. Scrivi il numero 100 come somma di due parti tali che dividendo la prima per 5 il resto sia 2, e dividendo la seconda per 7 il resto sia 4.
7. Da uno stampo formaggiaccio si ottengono dei cubetti con spigolo 2cm. Se vogliamo ottenere cubetti di volume pari alla metà del volume dei cubetti stampati finora, quanto deve misurare lo spigolo di questi nuovi cubetti?
8. Considera le seguenti funzioni:

$$f(x) = \frac{\sqrt[4]{x^2 - 6x}}{-2x}$$

$$g(x) = \sqrt[3]{\frac{6 - x}{x^5}}$$

Determina il loro dominio. Per quali valori di x f é positiva? Per quali valori di x si ha che $g(x) \leq 0$? Calcola $g(2) + 4f(8)$.



9.

$$\frac{\sqrt{2}x - 3}{x^2 - 2\sqrt{2}x + 2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} - x} + \frac{\sqrt{6} + 1}{(x - \sqrt{2})^2}$$

10.

$$\frac{1 - x\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} \geq \frac{3\sqrt{2}x - 1}{3\sqrt{2} + 1}$$

11. Semplifica e discuti al variare di x in $\mathbb{R}$ la seguente funzione:

$$f(x) = \sqrt{16x^3} + \sqrt{4x^3 - 4x^2 + x} - 2\sqrt{x}\sqrt{x^2}$$

In quali regioni del piano questa funzione é costante?

12. Scrivi l'equazione della retta passante per $(-1, 1)$ e parallela all'asse del segmento di estremi $(3, 2)$ e $(-3, 4)$. Rappresentala sul piano cartesiano.13. Dimostra che i punti $(0, 6)$, $(3, -6)$ e $(-10, 46)$ sono allineati.14. Determina per quali valori di k la retta $5kx - 10y + 9 = 0$:

- passa per $(1, 0.2)$
- é parallela a $y = \frac{1}{2}x + 1$
- é perpendicolare a $3x - 2 = 0$
- é parallela a $x + y + 1 = 0$
- é perpendicolare alla bisettrice del primo e del terzo quadrante

15. Determina a e b per cui la retta $ax - y + b = 0$ passi per i punti $(11, a)$ e $(a, -25)$.

16. In un trapezio isoscele il lato obliquo é lungo 13, la base minore é metà dell'altezza e la differenza tra le due basi é uguale alla minore aumentata di 4. Calcola l'area.

17. Due scatole di pennarelli costano entrambe 16 euro, ma una contiene due pennarelli più dell'altra. Ciascun pennarello della seconda scatola costa 40 centesimi in più rispetto ai pennarelli della prima. Quanti pennarelli ci sono in ogni scatola?

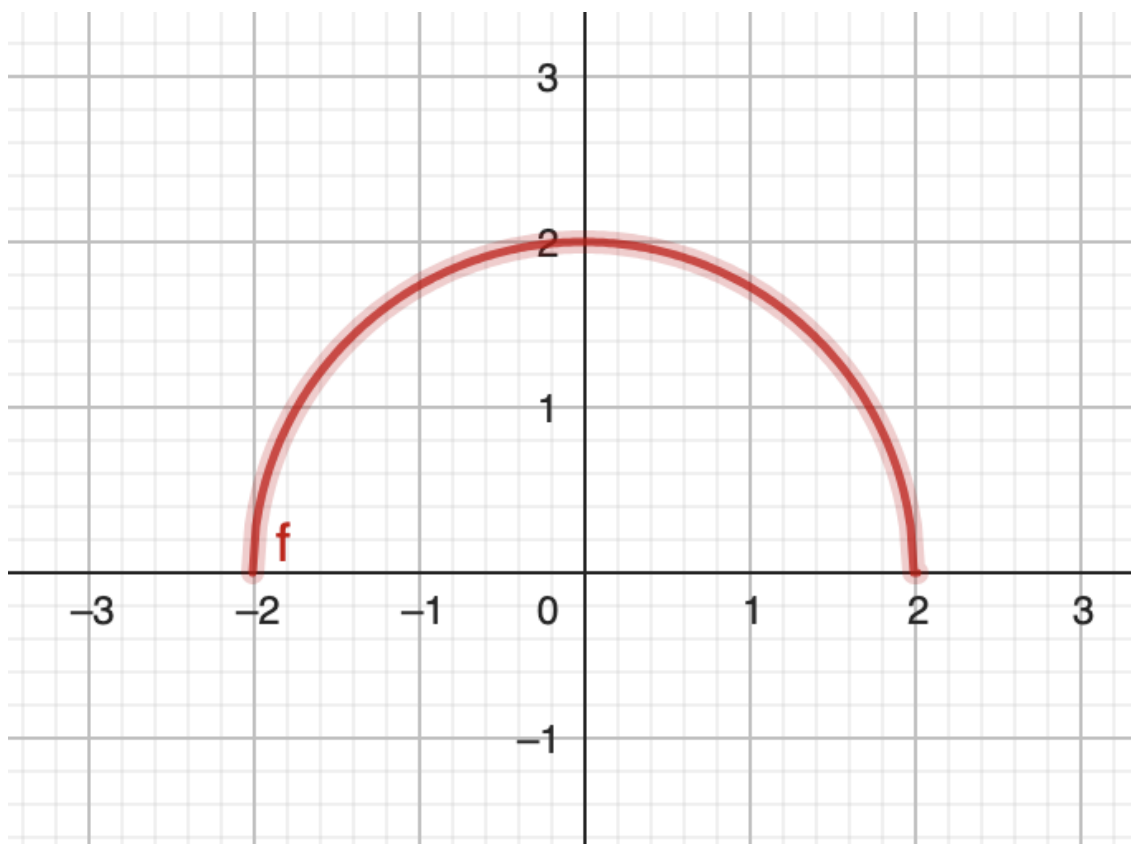
18. Nell'esagono regolare $ABCDEF$ traccia le diagonali BD , BF , EA , EC . Dimostra che intersecandosi formano un rombo.



2 DALL'ESAME

Estratti e adattati dalla seconda prova di quest'anno. Quanti riesci a risolverne?

1. Osserva il grafico in figura:

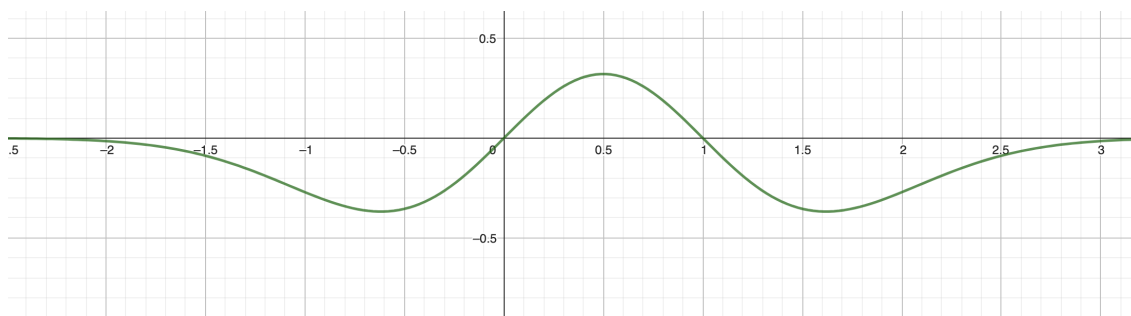


- Spiega perché la funzione disegnata non è invertibile. Se limitiamo opportunamente il dominio della funzione, questa può ammettere un'inversa? Determina l'intervallo di ampiezza massima $[a, b]$, con $b > 0$, nel quale possiamo invertire questa funzione.
2. Sia $f(x) = -|x|$, e sia C_r la circonferenza di raggio $r > 0$ centrata nell'origine. Disegna la porzione di C_r delimitata da f nel semipiano $y \leq 0$. Quanto deve valere il raggio r affinché l'area della porzione considerata sia π ? E quanto deve essere invece se vogliamo che il perimetro della porzione considerata sia $4 + \pi$?
3. Sia $f(x) = -2x + 5$. Sia A un punto del grafico di f nel primo quadrante, e siano M e R le sue proiezioni ortogonali sugli assi cartesiani. Determina le coordinate del punto A che massimizzano l'area del quadrilatero $AMOR$. Quanto vale quest'area?



4. Sia $p(x)$ un polinomio di secondo grado tale che $p(0) = 0$, $p(1) = 0$ e $p(\phi) = -1$, dove $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ è il rapporto aureo. Determina i coefficienti del polinomio p . Sia $q(x)$ un polinomio di secondo grado tale che $q(0) = 1$, $q(-\phi) = 0$, e il coefficiente del termine di primo grado di q è -1 . Trova q e risolvi l'equazione $q(x) = 0$.

5. Osserva il grafico in figura:



Sapendo che il valore massimo della funzione disegnata è 0.32, e il valore minimo -0.37, determina dominio e immagine della funzione. Quanti punti di intersezione ha con la funzione $f(x) = \frac{1}{5}$? E con $g(x) = -\frac{1}{5}$? E con $h(x) = \frac{1}{10}x + \frac{1}{10}$?

6. Determina il valore del parametro reale k in modo tale che le due curve $f(x) = 4x^2 - 2x + 3$ e $g(x) = -6x^2 - 2x + k$ siano tangenti, e determina il punto di tangenza.
7. Dato un triangolo ABC , sia M il punto medio del lato BC e siano B' e C' due punti, rispettivamente, sul lato AB e AC , in modo tale che $AB' = \frac{1}{3}AB$ e $AC' = \frac{1}{3}AC$. Dimostrare che, se i segmenti MB' e MC' sono tra loro congruenti, allora lo sono anche AB e AC .
8. Determina la probabilità di ottenere 4 risultati diversi lanciando 4 dadi a 6 facce.
9. Determina la probabilità di ottenere 4 risultati uguali lanciando 4 dadi a 6 facce.
10. Determina quanti anagrammi ha la parola STUDIARE. In quanti di tali anagrammi si può leggere consecutivamente la parola ARTE, come ad esempio in SUARTEDI?
11. Determina quanti anagrammi ha la parola VACANZA.