

PROGRAMMA DI MATEMATICA - Classe III D - Anno scolastico 2025/2026

Ripasso e completamento: equazioni e disequazioni

Principi di equivalenza. Equazioni e disequazioni di primo grado, di secondo grado, fratte, di grado superiore al secondo, modulari e irrazionali. Sistemi di equazioni e disequazioni.

Relazioni e funzioni

Definizione di relazione binaria fra due insiemi. Dominio, codominio, immagine, insieme delle immagini, controimmagine. Rappresentazioni di una relazione. Relazione inversa. Definizione di funzione. Funzioni reali di variabile reale e loro proprietà: funzioni crescenti, decrescenti, monotone, funzioni pari, funzioni dispari, funzioni periodiche. Funzioni composte. Funzioni iniettive, suriettive e biunivoche. Funzioni inverse. Grafico di una funzione e sua rappresentazione nel piano cartesiano. Proporzionalità diretta: $y = kx$. Proporzionalità inversa: $y = k/x$. Funzioni lineari: $y = ax + b$. Funzioni quadratiche: $y = ax^2 + bx + c$. Funzioni cubiche: $y = ax^3$. Funzioni definite a tratti: $y = |x|$. Funzioni potenza ad esponente razionale: $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = x^n$, $y = \sqrt[n]{x}$, $y = \sqrt[n]{x^m}$. Zeri e segno di funzioni.

Trasformazioni geometriche

Definizione di trasformazione geometrica. Trasformato e antitrasformato mediante una trasformazione geometrica. Punto unito di una trasformazione geometrica. Trasformazioni involutorie. Trasformazione identica. Trasformazione inversa. Invarianti di una trasformazione geometrica. Composizione di trasformazioni. Esempi di trasformazioni geometriche e loro proprietà: le trasformazioni isometriche (traslazione, rotazione, simmetria centrale simmetria assiale), loro proprietà ed equazione cartesiana (*). Esempi di trasformazioni geometriche non isometriche (dilatazione e omotetia), loro proprietà ed equazione cartesiana. Grafici ottenibili dal grafico della funzione $f(x)$ per simmetrie, per traslazioni e per dilatazioni: grafici di $y = f(x + a)$, $y = f(x) + a$, $y = f(-x)$, $y = -f(x)$, $y = f(|x|)$, $y = |f(x)|$, $f(kx)$, $hf(x)$, $h f(kx)$. Grafico delle funzioni inverse $y = f^{-1}(x)$ di funzioni invertibili. Grafico della funzione reciproca $y = \frac{1}{f(x)}$. Risoluzione di disequazioni con metodo grafico.

Tempi: fine ottobre

Goniometria

Misura degli angoli in gradi e in radianti e loro relazione (*). Lunghezza di un arco di circonferenza (*). Area del settore circolare (*). Angoli orientati. Circonferenza goniometrica. Funzione seno e funzione coseno e proprietà. Prima identità goniometrica fondamentale (*). Funzione tangente e proprietà. Seconda identità goniometrica fondamentale (*). Significato goniometrico del coefficiente angolare di una retta $y = mx + q$: $m = \tan \vartheta$, dove ϑ rappresenta l'angolo compreso tra la retta ed il semiasse positivo delle ascisse (*). Funzione secante, cosecante e cotangente. Funzioni goniometriche inverse: funzione arcoseno, funzione arcocoseno, funzione arcotangente, funzione arcocotangente. Funzioni goniometriche di angoli particolari: $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$. Angoli associati. Grafici ottenibili dal grafico della funzione $f(x)$ per simmetrie, per traslazioni e per dilatazioni, con f funzione goniometrica. Equazioni e disequazioni goniometriche elementari e riconducibili ad esse. Domini, zeri e segno di funzioni goniometriche modulari, irrazionali e fratte.

Tempi: metà dicembre

Retta nel piano cartesiano

Sistema di riferimento cartesiano ortogonale. Coordinate di un punto nel piano cartesiano. Segmenti nel piano cartesiano. Distanza tra due punti. Punto medio di un segmento. Equazione di una generica retta passante per l'origine: $y = mx$. Coefficiente angolare e inclinazione della retta. Equazioni delle bisettrici dei quadranti del piano cartesiano: $y = x$ e $y = -x$. Equazioni degli assi cartesiani e delle rette parallele ad essi: $y = k$ e $x = h$. Equazione generale di una retta nel piano cartesiano: forma esplicita $y = mx + q$ e forma implicita $ax + by + c = 0$ e forma parametrica $\vec{P} = \vec{P}_0 + t\vec{v}$. Coefficiente angolare della retta passante per due punti (*). Significato geometrico del coefficiente angolare m e dell'intercetta q . Posizione reciproca di due rette nel piano. Rette e sistemi lineari. Condizione di parallelismo e perpendicolarità tra rette nel piano

cartesiano (*). Equazione della retta passante per due punti (*). Distanza di un punto da una retta. Distanza fra due rette parallele. Punti notevoli di un triangolo: ortocentro, baricentro, circocentro ed incentro di un triangolo nel piano cartesiano e casi particolari. Perimetro e area di figure piane delimitate da rette nel piano cartesiano. Fasci propri di rette: determinazione del centro del fascio e delle rette generatrici. Fasci impropri di rette. Problemi sui fasci di rette nel piano. Regioni di piano ottenute mediante rette e con valore assoluto.

Tempi: fine gennaio

Parabola nel piano cartesiano

Definizione di parabola come luogo geometrico di punti. Determinazione dell'equazione canonica della parabola $y = ax^2$ (*) e determinazione del fuoco e della direttrice (*). Determinazione dell'equazione canonica della parabola $x = ay^2$ (*) mediante le equazioni della simmetria assiale rispetto alla retta $y = x$ (*). Concavità e apertura della parabola. Equazione della parabola traslata $y = ax^2 + bx + c$ (*) e determinazione del vertice, del fuoco e della direttrice (*). Posizione reciproca retta e parabola. Determinazione delle tangenti alla parabola condotte da un punto esterno (*) e da un punto appartenente alla parabola stessa (*). Area del segmento parabolico. Fasci di parabole. Ripresa del grafico della funzione $y = \sqrt{x}$ e grafici ottenibili dal grafico di tale funzione per simmetrie, per traslazioni, per dilatazioni e con valore assoluto. Regioni di piano ottenute mediante archi di parabole e con valore assoluto. Sistemi parametrici e studio del numero delle soluzioni. Problemi di ottimizzazione geometrici riconducibili alla parabola.

Tempi: metà marzo

Circonferenza nel piano cartesiano

Definizione di circonferenza come luogo geometrico di punti. Determinazione dell'equazione canonica della circonferenza nella forma $(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R^2$ (*) e nella forma $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ (*). Circonferenze reali e degeneri. Casi particolari. Posizione reciproca retta e circonferenza. Determinazione delle tangenti alla circonferenza condotte da un punto esterno (*) e da un punto appartenente alla circonferenza stessa (*). Area del segmento circolare sfruttando la goniometria. Posizione reciproca di due circonferenze. Asse radicale. Fasci di circonferenze. Grafico della funzione $y = \sqrt{a^2 - x^2}$ e grafici ottenibili dal grafico di tale funzione per simmetrie, per traslazioni e con valore assoluto. Regioni di piano ottenute mediante semicirconferenze e con valore assoluto. Sistemi parametrici e studio del numero delle soluzioni.

Tempi: metà aprile

Ellisse nel piano cartesiano

Definizione di ellisse come luogo geometrico di punti. Determinazione dell'equazione canonica della ellisse centrata nell'origine e avente i fuochi sull'asse delle ascisse e sull'asse delle ordinate (*), con determinazione dei vertici e dei fuochi (*). Eccentricità dell'ellisse e relazione con la circonferenza (*). Area dell'ellisse. Posizione reciproca retta ed ellisse. Determinazione delle tangenti alla ellisse. Fasci di ellissi. Grafico della funzione $y = \sqrt{a^2 - x^2}$ e grafici ottenibili dal grafico di tale funzione per simmetrie, per traslazioni, per dilatazioni e con valore assoluto. Regioni di piano ottenute mediante semiellissi e con valore assoluto. Sistemi parametrici e studio del numero delle soluzioni.

Iperbole nel piano cartesiano

Definizione di iperbole come luogo geometrico di punti. Determinazione dell'equazione canonica della iperbole centrata nell'origine e avente i fuochi sull'asse delle ascisse e sull'asse delle ordinate (*), con determinazione dei vertici e dei fuochi (*). Posizione reciproca retta ed iperbole. Determinazione delle tangenti ad una iperbole. Fasci di iperboli. Grafico della funzione $y = \sqrt{x^2 \pm a^2}$ e grafici ottenibili dal grafico di tale funzione per simmetrie, per traslazioni, per dilatazioni e con valore assoluto. Regioni di piano ottenute mediante rami di iperbole e con valore assoluto. Iperbole equilatera riferita agli assi di simmetria e agli asintoti. Funzione omografica. Fasci di funzioni omografiche. Sistemi parametrici e studio del numero delle soluzioni.

Tempi: fine maggio

COMPITI DI MATEMATICA - Classe III D- Anno scolastico 2025/2026

Indicazioni per il ripasso:

- **Rivedere** la propria preparazione teorica (definizioni, formule e dimostrazioni) **prima** di affrontare quesiti, esercizi e verifiche.
- **Leggere attentamente** e **svolgere** esempi ed esercizi svolti presenti nel libro di testo sia nella parte relativa alla teoria sia nella parte relativa agli esercizi.
- **Sistemare con cura** il lavoro svolto nel corso dell'anno.

Ripassare:

TUTTI gli argomenti in programma (aiutarsi con il programma!).

Studiare:

CAPITOLO 12: Formule goniometriche

E mettersi alla prova con qualche esercizio tratto da questo capitolo...

Esercizi consigliati di allenamento:

Rifare sul proprio quaderno tutti gli esercizi delle verifiche caricate su Classroom. In particolare focalizzare l'attenzione sulla parte di Goniometria in vista del prossimo anno.

Lettura piacevole e consigliata:

Apostolos Doxiadis, 'Zio Petros e la congettura di Goldbach', Romanzo Bompiani
recuperabile anche in versione pdf:

http://www.ergazzori.it/files/zio_petros_e_la_congettura_di_goldbach.pdf

Esercizi in aggiunta per gli studenti con la sospensione del giudizio a settembre:

Svolgere i problemi delle pagine verdi del libro di testo sugli argomenti in programma sui quali vi sentite più fragili.

L'esame di settembre consiste in una prova scritta (NO PROVA ORALE).

Nella prova scritta di settembre, oltre agli esercizi, verrà richiesta anche la teoria e può essere richiesta la dimostrazione dei risultati contrassegnati con () nel programma.*

E... Buone vacanze!!!

Milano, 1/6/2026

Il docente Prof. Potrich